Практическая работа №1

Вычисление погрешностей величин и результатов арифметических действий

Вариант 13

Задание 1:

1. 587432

45,1473

1. 0,00328
2. 5,124±0,00912

1. Округлить числа до четырех значащих цифр и записать в соответствии с правилом записи приближенных чисел.

2. Округлить число до третьего десятичного знака (тысячных долей), указать значащие цифры.

3. Округлить до сотых и записать в форме X±дельта X.

1. 5874

45,15

1. 0, 003 Значащие цифры: 0, 0, 0, 3
2. 5,13±0.00156

Задание 2:

1. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
2. В узком смысле;
3. В широком смысле.

2,225

а=2,225

Δ≤0,0005-предельная абсолютная погрешность

0,0005:2,225=2,247191\*10^(-3)-предельная относительная погрешность

1. Определить какое приближенное равенство более точно:

 или 

Ответ: 

1. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:
2. В узком смысле.
3. В широком смысле.

А

∆А

0,95472

0,00023

* 1. 0,95
  2. 0,96

Задание 3:

 Произвести оценку точности вычислений:

1. Строгим методом итоговой оценки.
2. Методом строгого пооперационного учета погрешностей.
3. Нестрогим методом пооперационной оценки.

X=1,5 Y=1,52



Практическая работа №2

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом простой итерации.

Вариант 13



Задание 1

Отделите корни заданного уравнения, пользуясь графическим методом. Выполните это задание с применение одного из инструментальных средств.

Задание 2.

По методу половинного деления вычислите один корень заданного уравнения с точностью 10-3:

1. С помощью расчетной таблицы и калькулятора

x F(x) |x(i) - x(i-1)|

x2 0 8 5

x3 -2.5 -18.875 2.5

x4 -1.25 -4.26563 1.25

x5 -0.625 1.42773 0.625

x6 -0.9375 -1.43726 0.3125

x7 -0.7813 -0.02078 0.15625

x8 -0.7031 0.69804 0.07813

x9 -0.7422 0.33745 0.03906

x10 -0.7617 0.15806 0.01953

x11 -0.7715 0.06857 0.00977

x12 -0.7764 0.02388 0.00488

x13 -0.7788 0.00154 0.00244

x14 -0.7800 -0.00962 0.00122

x15 -0.7794 -0.00404 0.00061

x16 -0.7791 -0.00125 0.00031

x17 -0.7790 0.00015 0.00015

x18 -0.7790 -0.00055 0.00008

x

-0.7790

1. С помощью программы для компьютера (C#, python)

Задание 3.

Вычислите один корень заданного уравнения используя метод простой итерации. Можно использовать программу для компьютера на C# или python

Практическая работа №3

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом хорд и касательных

Вариант 13



[2;2,5]

Задание:

Вычислить корень уравнения f(x)=0 с точностью Е=0,001 тремя способами (метод хорд, касательных, комбинированный метод).

Метод Хорд

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 2,5 | -1 | 1,843146 |  |
| 2 | 2,175862 | -1 | -0,04981 | 0,324138 |
| 3 | 2,18508 | 5 | 0,00163 | 0,009219 |

X=2,185±0,001

Метод Касательных

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a | f(a) | f´(a) | d |
| 2 | -1 | 5,227411 |  |
| 2,191299 | 0,036419 | 5,599479 | 0,191299 |
| 2,184795 | 3,83E-05 | 5,587702 | 0,006504 |
| 2,184788 | 4,26E-11 | 5,58769 | 6,85E-06 |
| 2,184788 | 0 | 5,58769 | 7,62E-12 |

X=2,184±0,001

Комбинированный метод

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | abs(a-b) | f(a) | f(b) | f´(a) |
| 2 | 2,5 | 0,5 | -1 | 1,843146 | 5,227411 |
| 2,191299 | 2,175862 | 0,015438 | 0,036419 | -0,04981 | 5,599479 |
| 2,184795 | 2,184779 | 1,63E-05 | 3,83E-05 | -5,3E-05 | 5,587702 |
| 2,184788 | 2,184788 | 1,81E-11 | 4,26E-11 | -5,9E-11 | 5,58769 |

X=2,184±0,001

Практическая работа №4

Решение систем линейных алгебраических методом Гаусса

Задание: Решить систему методом Гаусса:

1. Вручную по схеме единственного деления, получить решение с точностью 0,001. Определить невязки.

2. С помощью ЭВМ получить значения корней с точностью 0,000005

3. Вычислить погрешности результатов: полученных в результате ручных расчетов.

С помощью ЭВМ

Таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X1 | X2 | X3 | X4 | | 4,5 | 11,45 | -14,8 | 5,44 | | 20,06 | -13,6 | 20,25 | -3,51 | | -8 | 19,78 | -31,18 | 0,48 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  |

|  |
| --- |
| Св.ч. |
| 0,38 |
| 0,32 |
| 2,16 |
| 2,3 |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1 |  |

Умножим 1-ю строку на (-4.458). Добавим 2-ю строку к 1-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | -64,642 | 86,225 | -27,76 | | 20,06 | -13,6 | 20,25 | -3,51 | | -8 | 19,78 | -31,18 | 0,48 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -1,374 | | 0,32 | | 2,16 | | 2,3 | |  | |  |

Умножим 2-ю строку на (0.399). Добавим 3-ю строку к 2-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | -64,642 | 86,225 | -27,76 | | 0 | 14,356 | -23,104 | -0,92 | | -8 | 19,78 | -31,18 | 0,48 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -1,374 | | 2,288 | | 2,16 | | 2,3 | |  | |  |

Умножим 3-ю строку на (1.708). Добавим 4-ю строку к 3-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | -64,642 | 86,225 | -27,76 | | 0 | 14,356 | -23,104 | -0,92 | | 0 | 59,174 | -46 | 5,04 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -1,374 | | 2,288 | | 5,988 | | 2,3 | |  | |  |

Умножим 1-ю строку на (0.222). Добавим 2-ю строку к 1-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | -3,954 | -7,085 | | 0 | 14,356 | -23,104 | -0,92 | | 0 | 59,174 | -46 | 5,04 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 1,982 | | 2,288 | | 5,988 | | 2,3 | |  | |  |

Умножим 2-ю строку на (-4.122). Добавим 3-ю строку к 2-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | -3,954 | -7,085 | | 0 | 0 | 49,232 | 8,831 | | 0 | 59,174 | -46 | 5,04 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 1,982 | | -3,441 | | 5,988 | | 2,3 | |  | |  |

Умножим 1-ю строку на (12.45). Добавим 2-ю строку к 1-й:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | 0 | -79,377 | | 0 | 0 | 49,232 | 8,831 | | 0 | 59,174 | -46 | 5,04 | | 13,66 | 25,4 | 7,24 | 4,22 | |  | |  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 21,24 | | -3,441 | | 5,988 | | 2,3 | |  | |  |

Теперь исходную систему можно записать так:  
x4 = 21.24/(-79.377)  
x3 = [-3.441 - (8.83x4)]/49.232  
x2 = [5.988 - ( - 46x3 + 5.04x4)]/59.174  
x1 = [2.3 - (25.4x2 + 7.24x3 + 4.22x4)]/13.66  
Из 1-й строки выражаем x4  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7b4%7d%20=%20\frac%7b21.24%7d%7b-79.377%7d%20=%20-0.268  
Из 2-й строки выражаем x3  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7b3%7d%20=%20\frac%7b-3.4410073517258%20-%208.83\cdot%20(-0.27)%7d%7b49.23%7d%20=%20\frac%7b-1.078%7d%7b49.23%7d%20=%20-0.0219  
Из 3-й строки выражаем x2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7b2%7d%20=%20\frac%7b5.9882%20-%20(-46)\cdot%20(-0.0219)%20-%205.04\cdot%20(-0.27)%7d%7b59.17%7d%20=%20\frac%7b6.33%7d%7b59.17%7d%20=%200.107  
Из 4-й строки выражаем x1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7b1%7d%20=%20\frac%7b2.3%20-%2025.4\cdot%200.11%20-%207.24\cdot%20(-0.0219)%20-%204.22\cdot%20(-0.27)%7d%7b13.66%7d%20=%20\frac%7b0.871%7d%7b13.66%7d%20=%200.0638

**Практическая работа №5**

**Решение систем линейных алгебраических уравнений приближенными методами**

**Задание**

Решить систему линейных уравнений вида методом простых итераций с точ­ностью до 0,0001, предварительно оценив число достаточных для этого итераций. Коэффициенты и свободные члены системы взять из таблицы соответственно номеру варианта.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A1** | | | **1** | 0.5 | 0.15 | 0 | -0.12 | 0.06 | **A2** | | | |
| **2** | 0,19 | 0 | -0,03 | -0,01 | -0.06 |
| **3** | 0,02 | 0,15 | -0,02 | 0 | -0,03 |
| **4** | 0.08 | -0,05 | 0.08 | 0,07 | 0 | **1** | **2** | **3** | **4** |
| 0 | 0,15 | -0,17 | -0,01 | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | -0,3 | 0,15 | 0 | 0,01 |
| 0,04 | -0,18 | 0,02 | -0.03 | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | 0.15 | -0.3 | 0.04 | -0.05 |
| 0,04 | 0,18 | -0,18 | 0,06 | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | 0.02 | 0,01 | -0,01 | -0.04 |
| -0,02 | 0,1 | -0,44 | 0,12 | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | -0,3 | -0,18 | 0,15 | -0,48 |
| 0,07 | 0,17 | -0,03 | -0,04 | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | -0,12 | 0,14 | -0,25 | 0,17 |
| 0,08 | -0,08 | 0,15 | 0.03 | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | 0,02 | -0,01 | -0,02 | 0,01 |
| 0,07 | -0,04 | -0,03 | -0,01 | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | 0.14 | 0.24 | -0.15 | 0.06 |
| 0,14 | -0,14 | 0,01 | 0 | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** | 0,09 | -0,3 | 0 | 0 |
| **1** | **2** | **3** | **4** | 0,04 | 0,14 | 0,02 | 0,01 | 0,4 | **1** | **A4** | | |
| **A3** | | | | 0,05 | 0 | 0,28 | -0,01 | 0 | **2** |
| -0,25 | 0,05 | -0,15 | 0 | 0,02 | **3** |
| 0,14 | -0,15 | 0,01 | 0 | -0,31 | **4** |
|  | | | | 1,10 | 1,2 | 0,18 | 1,7 | 1,14 | **1** | **B** | | |
| 2,5 | -0,8 | -0,83 | -1,5 | 2,15 | **2** |
| -0,32 | -1,3 | 0,5 | -0,71 | -2,1 | **3** |
| 0,51 | 0,5 | 1,2 | 0,18 | -1,8 | **4** |

**Практическая работа №6**

**Составление интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона**

**Задание 1:**

По заданной таблице значений функции

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | x0 | x1 | x2 | x3 |
| y | y0 | y1 | y2 | y3 |

составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и

отметить на нем узловые точки.

**Задание 2:**

Вычислить с помощью калькулятора одно значение заданной функции для промежуточного значения аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа и оценить погрешность интерполяции

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **вариант** | **X0** | **X1** | **X2** | **X3** | **Y0** | **Y1** | **Y2** | **Y3** |
| **3.** | 0 | 2 | 3 | 5 | -1 | -4 | 2 | -8 |

**Задание 3:**

С помощью программы на компьютере уплотните часть таблицы заданной функции, пользуясь интерполяционными формулами Ньютона

**Задание 4.**

1. Построить правильную таблицу разностей заданной функции f(x) = р(х) + q(x) на участке [0,15; 0,25] с шагом h = 0,01. Значения f(x) вычислить с помощью ЭВМ и округлить до 4 знаков после запятой.
2. С помощью формул Ньютона вычислить значения функцииf(x) в двух заданных точках c и d. Провести апостериорную оценку точности вычислений.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | **p(x)** | **c** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | 1/x | 0,152 |
| **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | x -2 | 0,153 |
| **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | e2x | 0,155 |
| **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | e-3x | 0,158 |
| **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | 1/sinx | 0,161 |
| **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |  | 0,164 |
| **g(t)** | tg 2x | ln x | sin x | cos4x | 10x5 |  | |
| **d** | 0,238 | 0,241 | 0,245 | 0,246 | 0,248 |

**Практическая работа №7**

**Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами**

С помощью таблицы, содержащей 5 узлов, задана функция у = f(x). Требуется:

**а)** построить для нее интерполяционный полином Лагранжа (найти его коэффициенты):

**б)** построить кубический сплайн с непрерывной второй производной;

**в)** нарисовать графики полученных полинома Лагранжа и сплайна.

Из верхней таблицы выбрать значения f(x) в 5 узлах. Номера узлов определить из нижней таблицы по номеру варианта. Например, варианту 7 соответствуют узлы с номерами 1, 3, 6, 8, 10.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **N узла** | **x** | **y** |
| **1** | 0,2 | 0,6 |
| **2** | 0,55 | 0,35 |
| **3** | 0,65 | 0,45 |
| **4** | 1,0 | 0,2 |
| **5** | 1,1 | 0,3 |
| **6** | 1,45 | 0,05 |
| **7** | 1,55 | 0,85 |
| **8** | 1,9 | 0,6 |
| **9** | 2,0 | 0,7 |
| **10** | 2,35 | 0,45 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | | **3** |  | 1 | 3 | 5 |
| **4** | **5** | **6** | | **7** |  | 1 | 3 | 6 |
| **8** | **9** | **10** | | **11** |  | 1 | 4 | 5 |
| **12** | **13** | **14** | | **15** |  | 1 | 4 | 6 |
| **16** | **17** | **18** | | **19** |  | 2 | 3 | 5 |
| **20** | **21** | **22** | | **23** |  | 2 | 3 | 6 |
| **24** | **25** | **26** | | **27** |  | 2 | 4 | 5 |
| **28** | **29** | **30** | |  |  | 2 | 4 | 6 |
|  |  |  |  | |  | | | |
| 7 | 7 | 8 | 8 | |
| 9 | 10 | 9 | 10 | |

**Практическая работа №8**

**Вычисление интегралов по формулам Ньютона - Котеса.**

**Задание:**

1. Вычислить интеграл методом средних прямоугольников с точностью 0,001. Предварительно определить число частей разбиения отрезка [а,b] на основе априорной оценки.
2. Вычислить этот же интеграл методом Трапеций при n = 16. Произвести оценку вычислений.
3. Вычислить этот же интеграл методом Симпсона при n = 16. Произвести оценку точности полученного значения путем двойного просчета.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | **a** | **b** |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | 1,0 | 2,2 |
|  | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | 2,2 | 3,4 |
|  | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | 3,4 | 4,6 |
|  | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | 4,6 | 5,8 |
|  | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | 5,8 | 7,0 |
|  | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | 7,0 | 8,2 |
|  | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | 8,2 | 9,4 |
|  | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** | 9,4 | 10,6 |
| **f(x)** | tg(sin x) |  |  |  |  |  | |

**Практическая работа №9**

**Решение обыкновенных дифференциальных уравнений**

**Задание:**

Решить дифференциальное уравнение с заданным начальным условием методом Эйлера, усовершенствованным методом Эйлера и методом Рунге-Кутта. Расчет провести на отрезке [с,d] дважды: с шагом 0,1 и 0,05. Сделать оценку погрешности полученного решения в точке d методом двойного просчета.

Данные взять из таблицы соответственно номеру варианта.

|  |
| --- |
| 3. y' = 2x + y2  x ∈ [0; 1]; y(0)=0,3 |

**Практическая работа №10**

**Численное решение задачи оптимизации.**

**Задание:**

Найдите минимум функции f(x) на указанном отрезке двумя способами: половинного деления и золотого сечения:

1. «Вручную» с точностью, доступной за 2 шага вычислительного процесса;
2. С помощью программ для ЭВМ с точностью 1\*10-6
3. С помощью одного из инструментальных средств с точностью 10-6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер варианта** | **F(x)** | **Отрезок** |
| **3** |  | [0; 3] |